

# **Analisis Kesalahan Dalam Pemahaman Teori Grup Mahasiswa S1 Unm Ditinjau Dari Gaya Belajar Dan Kemampuan Awal**

## ***(Error Analysis Is Proving Group Theory Of Graduate Students Of Unm Based On Learning Styles And Initial Ability )***

**Andi Nurmilawanti Albah<sup>1\*</sup>, Suradi<sup>2</sup>, Ilham Minggu<sup>3</sup>**

**<sup>1,2,3</sup>Pendidikan Matematika, Pascasarjana Universitas Negeri Makassar**

E-mail: [andi\\_nurmi@ymail.com](mailto:andi_nurmi@ymail.com)

### **ABSTRAK**

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui jenis kesalahan mahasiswa dalam pembuktian struktur aljabar. Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif dengan jenis studi kasus yang menggunakan metode tes dan wawancara. Subjek di dalam penelitian ini adalah empat mahasiswa program studi matematika Universitas Negeri Makassar angkatan 2015.

Berdasarkan hasil penelitian, jenis kesalahan yang dilakukan mahasiswa dalam pembuktian dalam struktur aljabar adalah kesalahan penyusunan alur pembuktian yang meliputi (1) lebih memilih menggunakan teknik langsung daripada pembuktian dengan contoh penyangkal untuk membuktikan kesalahan, (2) tidak menuliskan argumentasi sebelum menyimpulkan suatu pernyataan, (3) tidak menarik kesimpulan yang sesuai dengan yang akan dibuktikan, dan (4) tidak menyelesaikan pembuktian. Lebih jauh, ada tiga faktor utama yang menyebabkan kesalahan-kesalahan dalam pembuktian proposisi dalam struktur aljabar, yaitu (1) subjek kurang memahami konsep matematika, (2) subjek kurang memahami teknik pembuktian, dan (3) subjek kurang berlatih dalam membuktikan.

**Kata Kunci:** Analisis, Kesalahan, Pemahaman Teori Grup, Struktur Aljabar

### **ABSTRACT**

The study aims at examining the type of errors done by students in proving algebra structure. The study was qualitative research with a case study type using test and interview methods. The subjects of the study were four students of mathematics study program in universitas negeri makassar (makassar state university) of batch 2015.

Based on the results of the study, the type of errors done by the students in proving Algebra structure was errors in arranging proof flow which included: (1) preferred to use direct technique rather than proof with denial examples to prove the errors, (2) did not write arguments before concluding a statement, (3) did not draw conclusions according to what would be proven, and (4) did not complete the proof. Furthermore, there were three main factors which caused errors in proving proposition in Algebra structure, namely (1) the subject were lacked of understanding on Mathematical concept, (2) the subject were lack of understanding on the proof techniques, and (3) the subjects were lacked of practice on the proof.

**Keywords:** analysis, errors, proof of group theory, algebra structure

### **PENDAHULUAN**

Matematika mempunyai peranan penting dalam perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi yang berkembang saat ini. Matematika digunakan di seluruh dunia sebagai alat penting di berbagai bidang, termasuk ilmu alam, teknik, kedokteran/medis, dan ilmu sosial seperti ekonomi dan psikologi. Oleh karena itu, diperlukan pendidikan dan pembelajaran matematika yang dilakukan secara kontinu sehingga mampu melestarikan ilmu-ilmu yang telah didapat dan memungkinkan untuk mengembangkan ilmu tersebut.

Teori grup sebagai bagian dari mata kuliah struktur aljabar memperkenalkan konsep

tentang aljabar modern yang lebih ditekankan pada kemampuan berpikir logis dan bernalar sistematis dalam menyelesaikan masalah juga struktur aljabar sarat dengan definisi dan teorema sehingga mahasiswa dalam mempelajarinya dituntut kemampuan untuk memahami teorema dan dapat memanfaatkan definisi dan teorema-teorema yang ada dalam menyelesaikan soal-soal yang pada.

Pemahaman yang baik akan sesuatu hal tidak selalu berjalan baik dan tanpa halangan. Tidak jarang seorang mahasiswa masih merasa sangat kesulitan dalam memahami sesuatu, khususnya masalah dalam kemampuan memahami. Hal ini dikarenakan perbedaan kemampuan yang dimiliki masing-masing individu. Kesulitan ini tergantung pada bagaimana cara mahasiswa itu sendiri memproses informasi lalu memecahkan masalah dan tergantung pada individu itu sendiri apakah ia akan menyerah atau menaklukkan kesulitan tersebut atau terus berjuang untuk menaklukkan kesulitan yang dihadapi. Salah satu hal yang terkait dengan bagaimana individu memproses informasi dan memecahkan masalah adalah gaya belajar, sedangkan hal terkait dengan kemampuan untuk mengatasi suatu kesulitan adalah *kemampuan awalnya*.

Gaya belajar siswa memiliki peranan sangat penting dalam belajar matematika, karena gaya belajar matematika merupakan ciri khas yang konsisten yang dilakukan siswa dalam menyerap informasi.

Menurut Fleming dan Mills(1992), gaya belajar merupakan kecenderungan siswa untuk mengadaptasi strategi tertentu dalam belajarnya sebagai bentuk tanggung jawabnya untuk mendapatkan satu pendekatan belajar yang sesuai dengan tuntutan belajar di kelas/sekolah maupun tuntutan dari mata pelajaran.

Lucy (2010:114) menjelaskan gaya belajar adalah cara yang lebih kita sukai dalam melakukan kegiatan berpikir, memproses, dan mengerti suatu informasi. Gaya belajar seseorang adalah kombinasi dari bagaimana menyerap dan mengatur serta mengolah informasi. Apabila gaya belajar sudah dikenali, langkah-langkah penting dapat diambil untuk membantu agar peserta didik dapat belajar dengan cepat dan lebih mudah. Sedangkan menurut Bostrom (2011: 17) betapa pentingnya seorang guru untuk dapat mengetahui gaya belajar peserta didik sebab hal itu akan dapat membantu guru dalam mengembangkan kemampuan dan pengetahuan peserta didik akan materi yang dipelajarinya. Kemampuan awal mahasiswa dapat diukur melalui tes awal yang diberikan oleh dosen, berkaitan dengan pelajaran yang telah dipelajari oleh mahasiswa sebelumnya. Kemampuan awal mahasiswa merupakan kemampuan yang dimiliki oleh mahasiswa yang membekalinya dalam proses belajar mengajar selanjutnya.

Dengan melihat uraian diatas, maka menarik apabila diteliti secara khusus mengenai kemampuan pemahaman mahasiswa S1 UNM dalam menyelesaikan pembuktian terutama pada

topik Teori Grup dengan meninjau gaya belajar dan *kemampuan awal*. Oleh karena itu, peneliti bermaksud meneliti dan membahas tentang hal tersebut dengan judul: **“Analisis Kesalahan dalam pemahaman Teori Grup Mahasiswa S1 UNM Ditinjau dari Gaya Belajar dan Kemampuan Awal”**. Tujuan penelitian ini memuat tentang (1) Mendeskripsikan kesalahan dalam pemahaman teori grup pada mahasiswa S1 UNM yang bergaya belajar auditori dan memiliki kemampuan awal tinggi. (2) Mendeskripsikan kesalahan dalam pemahaman teori grup pada mahasiswa S1 UNM yang bergaya belajar visual dan memiliki kemampuan awal tinggi. (3) Mendeskripsikan kesalahan dalam pemahaman teori grup pada mahasiswa S1 UNM yang bergaya belajar Auditori dan memiliki kemampuan awal rendah. (4) Mendeskripsikan kesalahan dalam pemahaman teori grup pada mahasiswa S1 UNM yang bergaya belajar visual dan memiliki kemampuan awal rendah.

#### **METODE PENELITIAN**

Penelitian ini adalah penelitian deskriptif dengan pendekatan kualitatif yang bertujuan untuk mendeskripsikan kesalahan dalam pemahaman pada teori grup mahasiswa S1 UNM ditinjau dari gaya belajar dan kemampuan awal.

Pengumpulan data dalam penelitian ini dilakukan Dengan langkah: (1) Subjek diminta mengerjakan tes gaya belajar dan pembuktian matematika, (2) Setiap jawaban yang ditunjukkan subjek kemudian ditelusuri peneliti dengan melakukan wawancara mendalam, (3) Melakukan kondensasi data dan pengkategorian pada data. (4) Melakukan komparasi data. Proses analisis data dimulai sejak pengumpulan data sampai pada saat peneliti menyelesaikan tugas di lapangan. Secara umum langkah-langkah yang diperlukan dalam menganalisis data penelitian ini adalah dengan menelaah seluruh data yang diperoleh, kemudian mengkondensasi data. Data yang diperoleh dari masing-masing subjek berupa hasil tes gaya belajar dan pembuktian matematika siswa dan hasil wawancara yang dibuat ke dalam bentuk transkrip wawancara. Kemudian penyajian data berdasarkan hasil wawancara disajikan berdasarkan indikator pemahaman konsep dan prosedural siswa. Setelah menyajikan data peneliti menarik kesimpulan berdasarkan pada hasil analisis terhadap data yang telah terkumpul, baik hasil pekerjaan tertulis maupun yang diperoleh dari hasil wawancara. Penarikan kesimpulan didasarkan pada indikator gaya belajar dan pembuktian siswa dalam pemecahan masalah.

#### **HASIL DAN PEMBAHASAN**

Berdasarkan hasil tes gaya belajar dan pembuktian dari 4 subjek dengan materi teori grup, peneliti memperoleh hasil penelitian dengan memberi 2 soal pembuktian yaitu:

1. Buktikan soal berikut:

- 1) Misalkan  $G$  adalah grup,  $H \subset G$ ,  $H \neq \emptyset$ , dan  $ab^{-1} \in H \forall a, b \in H$ . Tunjukkan bahwa  $H$  Subgrup dari  $G$ .

- 2) Misalkan  $S = \mathbb{Q} - \{1\}$ , didefinisikan operasi  $*$  pada  $S$  adalah  $a*b = a+b - a.b$   
 $\forall a, b \in S$ . Tunjukkan bahwa  $(S, *)$  adalah grup

Adapun hasil pembuktian subjek gaya belajar visual dan kemampuan awal tinggi terlihat pada gambar berikut:

**Tunjukkan bahwa H subgrup dari G.**  
 $H \neq \emptyset$

1. H bersifat tertutup, karena  $H \subseteq G$ .
2. H bersifat asosiatif, karena  $H \subseteq G$ .
3. Pilih  $a \in H$ , sehingga  $a \cdot a^{-1} = e \in H$ .  
 Jadi, H mempunyai unsur identitas
4. Pilih  $a \in H$ , sehingga untuk setiap  $b \in H$  berlaku  $e \cdot b^{-1} = b^{-1} \in H$ .  
 Jadi, setiap anggota H mempunyai invers.

Ambil sebarang  $a, b \in H$ .  
 $b \in H \rightarrow b^{-1} \in H$   
 $a, b^{-1} \in H \rightarrow a(b^{-1})^{-1} = ab \in H$   
 Jadi, H bersifat tertutup.  
 Berdasarkan keempat sifat di atas, disimpulkan bahwa H grup.  
 Karena H grup dan  $H \subseteq G$ , maka H subgrup dari G.

1.  $0 \in S$ , berarti  $S \neq \emptyset$

2. Ambil sebarang  $a, b \in S$ . Perhatikan bahwa  
 $a * b = a + b - a \cdot b \in S$  ( $a * b = 1$  hanya terjadi jika  $a = b = 1$ )  
 Jadi, S bersifat tertutup

3. Ambil sebarang  $a, b, c \in S$ . Perhatikan bahwa  
 $(a * b) * c = (a + b - ab) * c$   
 $= (a + b - ab) + c - (a + b - ab)c$   
 $= a + b - ab + c - ac - bc + abc$   
 $= a + (b + c - bc) - a(b + c - bc)$   
 $= a * (b + c)$   
 Jadi, S bersifat asosiatif.

4. Terdapat  $0 \in S$  sehingga untuk setiap  $a \in S$  berlaku  
 $a * 0 = a + 0 - a \cdot 0 = a$   
 $0 * a = 0 + a - 0 \cdot a = a$   
 Jadi,  $0 \in S$  unsur identitas

5. Terdapat  $\frac{a}{a-1} \in S$ , untuk setiap  $a \in S$ . Sehingga  
 $a * \frac{a}{a-1} = a + \frac{a}{a-1} - a \cdot \frac{a}{a-1} = \frac{a^2 - a + a - a^2}{a-1} = 0$   
 $\frac{a}{a-1} * a = \frac{a}{a-1} + a - \frac{a}{a-1} \cdot a = \frac{a + a^2 - a - a^2}{a-1} = 0$   
 Jadi, setiap unsur di S punya invers. Jadi  $(S, *)$  grup.

Untuk permasalahan pertama subjek diperoleh informasi bahwa subjek menuliskan dengan benar. Tapi kurang memberikan alasan dengan apa yang ditulisnya, contohnya saja pada  $b \in H \quad b^{-1} \in H$ ? Seharusnya subjek menunjukkan alasannya dari mana b invers itu, dan tidak lengkap dalam menulis apa yang diketahui dan yang ditanyakan. Padahal itu sangat penting dalam proses pembuktiannya. Berdasarkan hasil wawancara diperoleh informasi bahwa Tidak ada kesalahan, Subjek mampu menjawab semua pertanyaan dengan benar, meskipun masih kurang sedikit alasannya.

Untuk permasalahan kedua, diperoleh informasi bahwa subjek menuliskan semua dengan benar. Tidak ada kesalahan kecuali hanya tidak lengkap dalam menulis apa yang diketahui dan yang ditanyakan. Padahal itu sangat penting dalam proses pembuktiannya. Berdasarkan hasil wawancara subjek diperoleh informasi bahwa Tidak ada kesalahan, Subjek mampu menjawab semua pertanyaan dengan benar.

Hasil pembuktian subjek gaya belajar visual dan kemampuan awal rendah terlihat pada gambar berikut:

- Untuk menunjukkan  $H$  subgroup dari  $G$
1.  $H \neq \emptyset$   
karena  $H \subseteq G$  sehingga  $H$  tak kosong
  2. ambil  $ab \in H$  akan ditunjukkan  $ab \in H$ ,  
 $a \cdot b = ab$ , karena  $a \in H$  dan  $b \in H$  sehingga  $ab \in H$ ,
  3.  $a^{-1} \in H$   
ambil  $ab^{-1} \in H$  akan ditunjukkan bahwa  $b^{-1} \in H$  dimana  $a \in H$ .  
Perhatikan bahwa  
 $ab^{-1} = a \cdot b^{-1}$ , karena  $a \in H$  dan  $ab^{-1} \in H$  maka menurut sifat tertutup  $b^{-1} \in H$ .
- \*  $S$  ~~tidak~~ tak kosong, karena ada  $0 \in S$ ,  $0$  merupakan unsur  $0$  di  $S$   
sehingga  $S$  tak kosong.
- \*  $S$  tertutup.  
ambil  $a, b \in S$  sebarang, akan ditunjukkan bahwa  $a * b \in S$ .  
 $a * b = a + b * ab$ , karena  $a \in S$  dan  $b \in S$  maka  $ab \in S$ , sehingga  $S$  tertutup.
- \*  $S$  asosiatif.  
ambil  $a, b, c \in S$  sebarang, adl  $(a * b) * c = a * (b * c)$   
$$\begin{aligned} (a * b) * c &= (a + b * ab) * c \\ &= (a + b + ab) + c + (a + b + ab) * c \\ &= a + b + ab + c + ac + bc + abc. \\ &= a + b + ab + c + ac + bc + abc \\ &= a + b + ab + c + (a + b + ab) * c \\ &= (a + b + ab) * c. \\ &= (a * b) * c \end{aligned}$$
- ~~(a \* b) \* c = a \* (b \* c)~~
- \* ambil  $a \in S$  sebarang,  
kemudian identifikasi di  $S$ .  
akan dicari  $I$ .  
 $a * I = I * a = a$ .  
 ~~$a * I = a + I + aI$~~   
$$\begin{aligned} a * I &= a & I * a &= a \\ a + I + aI &= a & I + a + Ia &= a \\ I + aI &= 0 & I + Ia &= 0 \\ aI + I(1+a) &= 0 & I &= 0 \\ I &= 0 \end{aligned}$$

Pada penyelesaian permasalahan pertama subjek gaya belajar visual dan kemampuan awal rendah diperoleh informasi bahwa subjek tidak mampu menuliskan semua dengan benar. Terjadi kesalahan dalam memberikan argumentasi, contohnya pada poin 3 membuktikan bahwa tertutup padahal sebenarnya itu salah pembuktiannya. Poin 1 pun demikian, menuliskan kembali

hal yang sudah jelas di soal, dan itu sebenarnya berbelit-belit. Subjek hanya mengira-ngira jawabannya. Tidak mampu pula menunjukkan sifat invers dari pembuktiannya. diperoleh informasi dalam wawancara bahwa terdapat kesalahan, Subjek tidak mampu menjawab semua pertanyaan dengan benar. Kesalahan dalam Penyusunan Alur Pembuktian. (1) Tidak melengkapi alur pembuktian; Subjek tidak melengkapi alurnya dengan jelas, padahal itu sangat penting di dalam proses pembuktiannya. (2) Kurang menuliskan argumentasi; Subjek kurang menuliskan argumentasi dalam pembuktiannya, sehingga sulit untuk membuktikan pernyataan itu.

Untuk permasalahan kedua Pada penyelesaian permasalahan pertama subjek gaya belajar visual dan kemampuan awal rendah diperoleh informasi bahwa subjek tidak mampu menuliskan semua dengan benar. Tidak mampu memberikan bukti invers. Begitupun dengan bukti tertutupnya yang hanya menuliskan secara gamblang simbol  $a, b$  tersebut. Dan hasil wawancaranya diperoleh informasi bahwa terdapat kesalahan, Subjek tidak mampu menjawab semua pertanyaan dengan benar. a. Kesalahan dalam Penyusunan Alur Pembuktian. Untuk membuktikan kebenaran, dibutuhkan penyusunan alur pembuktian yang tepat. Namun di dalam penelitian ini, ditemukan beberapa kesalahan dalam penyusunan alur pembuktian, yaitu: (1) Tidak menuliskan apa yang diketahui, dll. Yang sebenarnya penting (P). (2) Tidak dapat menyelesaikan pembuktian (P). (3) Untuk syarat 1, 2, dan 3 yang subjek tuliskan sudah benar, tapi subjek tidak menuliskan syarat yang ke 4. Sehingga subjek juga tidak melanjutkan pembuktian. (4) Tidak menarik kesimpulan dengan yang akan dibuktikan (F). Di dalam pembuktian ini, subjek menggunakan teorema tentang subgrup. Namun setelah menuliskan semua syarat yang diminta, subjek tidak menuliskan kesimpulan dari apa yang akan dibuktikan.

Hasil pembuktian subjek gaya belajar auditori dan kemampuan awal tinggi terlihat pada gambar berikut:

→ sifat tertutup  
ambil sebarang  $a, b \in H$   
akan dibuktikan  $a * b \in H$   
Perhatikan bahwa  
 $H \subseteq G$  akibatnya  $a, b \in G$  dan  $G$  grup  
 $\therefore a * b \in H$

→ sifat asosiatif  
karena  $H \subseteq G$  dan  $G$  grup  
dapat diambil sebarang elemen di  $H$   
sehingga  $H$  asosiatif

→ terdapat

$\rightarrow \exists S \quad \forall g \in Q$  sehingga  $S \neq \emptyset$   
 $\rightarrow$  ambil sebarang  $a, b \in S$   
 akan ditunjukkan  $a * b \in S$   
 Perhatikan bahwa  $a * b = a + b - a \cdot b$   
 Karena  $a \in S$  dan  $b \in S$  maka  $a \cdot b \in S$   
 Sehingga  $a * b \in S$

$\rightarrow$  ambil sebarang  $a, b, c \in S$   
 akan dibuktikan  $(a * b) * c = a * (b * c)$

Perhatikan bahwa

$$\begin{aligned}
 (a * b) * c &= (a + b - a \cdot b) * c \\
 &= (a + b - a \cdot b) + c - (a + b - a \cdot b) \cdot c \\
 &= a + b - ab + c - ac - bc + abc \\
 &= a + (b + c - bc) - a(b + c - bc) \\
 &= a * (b + c - bc) \\
 &= a * (b * c)
 \end{aligned}$$

$\rightarrow$  ambil sebarang  $a \in S$

Perhatikan bahwa  $\exists I = 0$  ( $I$  identitas di  $S$ ) sehingga berlaku:

$$\begin{aligned}
 a * I &= a + I - a \cdot I \\
 &= a + 0 - a \cdot 0 \\
 &= a
 \end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned}
 I * a &= I + a - I \cdot a \\
 &= 0 + a - 0 \cdot a \\
 &= a
 \end{aligned}$$

$\rightarrow$  ambil sebarang  $a \in S$

akan dibuktikan terdapat  $a'$  ( $a'$  invers  $a$  di  $S$ ),  $I$  identitas  
 sehingga berlaku  $a * a' = a' * a = I$

Perhatikan bahwa

$$a * a' = I$$

$$a + a' - a \cdot a' = I$$

$$a + a' - a \cdot a' = 0$$

$$a'(1 - a) = -a$$

$$a' = \frac{-a}{1-a}$$

$$a + a' - a \cdot a' = I$$

$$a + a' - a \cdot a' = 0$$

$$a'(1 - a) = -a$$

$$a' = \frac{-a}{1-a}$$

dan

$$a' * a = I$$

$$a' + a - a' \cdot a = 0$$

$$a'(1 - a) = -a$$

$$a' = \frac{-a}{1-a}$$

Karena terdapat  $a'$  untuk setiap  $a$  di  $S$   
 maka  $S$  grup.

Pada permasalahan ketiga subjek gaya belajar auditori rendah di dapatkan diperoleh informasi bahwa subjek sama sekali tidak memahami soal, tidak mampu menuliskan apa yang akan dibuktikan. Sehingga pasti subjek tidak mampu menyelesaikan pembuktiannya. Subjek menuliskan sifat tertutup dan Asosiatif saja yang sebenarnya itu jauh dari kata benar. Berdasarkan hasil wawancara subjek AT diperoleh informasi bahwa terdapat kesalahan, namun beberapa pertanyaan terjawab dengan benar, dia hanya salah pada penulisan saja. Kesalahan dalam Penyusunan Alur Pembuktian; (1) Tidak menyelesaikan pembuktian (P). Di dalam pembuktian ini, subjek menggunakan teorema tentang subgrup. Namun ia melakukan kekeliruan untuk syarat pertama, kedua dan ketiganya. Subjek telah menuliskan bahwa ia akan membuktikan bahwa  $ab-1 \in H$ , tetapi ia tidak bisa menunjukkan eksistensi dari  $a-1$  dan  $b-1$ . Hal ini berarti subjek belum menyelesaikan pembuktiannya. Berdasarkan hasil

wawancara, subjek mengetahui bahwa sasaran dari pembuktian bagian ke tiga adalah untuk menunjukkan bahwa  $ab-1 \in H$ , namun ia memang ragu dan tidak bisa melanjutkan pembuktiannya sendiri.

Untuk soal kedua, hasil tes subjek diperoleh informasi bahwa subjek telah menuliskan semua syarat yang di minta tapi tidak ada kesimpulannya. Sedangkan hasil wawancaranya. a. Kesalahan dalam Penyusunan Alur Pembuktian; (1) Tidak menarik kesimpulan dengan yang akan dibuktikan (F). Di dalam pembuktian ini, subjek menggunakan teorema tentang subgrup. Namun setelah menuliskan semua syarat yang diminta, subjek tidak menuliskan kesimpulan dari apa yang akan dibuktikan. Berdasarkan hasil wawancara, subjek tidak menarik kesimpulan secara tepat hanya karna ketidaktelitiannya. (2). Tidak menyelesaikan pembuktian (P). Ketika melihat hasil pembuktian dari subjek di atas, dapat kita simpulkan bahwa subjek tidak mengetahui definisi dari apa yang ditulisnya. Sehingga pembuktiannya tidak dapat subjek selesaikan

Hasil pembuktian subjek gaya belajar auditori dan kemampuan awal rendah terlihat pada gambar berikut:

- Akan ditunjukkan bahwa  $H \leq G$
1. Akan dibuktikan  $H$  memiliki identitas  
 $\rightarrow$  ambil sebarang  $a \in H$   
 karena  $a \in H$ , maka  $a \cdot a^{-1} = e \in H$   
 $\therefore H$  memiliki identitas
  2. Akan dibuktikan  $H$  tertutup  
 $\rightarrow$  ambil  $a, b^{-1} \in H$   
 karena  $a \in H$  dan  $b^{-1} \in H$   
 maka  $a(b^{-1})^{-1} \in H$   
 $a(b^{-1})^{-1} = ab \in H$   
 $\therefore H$  tertutup
  3. Akan dibuktikan  $H$  memiliki invers  
 $\rightarrow$  ambil  $e$  identitas di  $H$ ,  $e^{-1}$  ambil  $a^{-1} \in H$   
 karena  $e \in H, a^{-1} \in H \Rightarrow e \cdot a^{-1} = a^{-1} \in H$   
 $\therefore$  invers  
 $\rightarrow$  Akan dibuktikan bahwa  $(S, *)$  adalah grup
- ① Akan ditunjukkan  $(S, *)$  asosiatif  
 ambil sebarang  $a, b, c \in S$   

$$\begin{aligned} a * (b * c) &= a + (b * c) - a(b * c) \\ &= a + (b + c - bc) - a(b + c - bc) \\ &= a + b + c - bc - ab - ac + abc \\ &= (a + b - ab) + c - (a + b - ab)c \\ &= (a * b) + c - (a * b)c \\ &= (a * b) * c \end{aligned}$$
 $(S, *)$  asosiatif.
- ② Akan ditunjukkan  $S$  memiliki identitas  
 Untuk setiap  $a \in \mathbb{Z} \exists 0 \in \mathbb{Z}$  sehingga  

$$\begin{aligned} a * 0 &= a + 0 - a \cdot 0 = a \\ 0 * a &= 0 + a - 0 \cdot a = a \end{aligned}$$
 $0$  adalah identitas di  $\mathbb{Z}$
- ③ Akan ditunjukkan  $S$  memiliki invers  
 Untuk setiap  $a \in \mathbb{Z}$  akan dicari  $a' \in \mathbb{Z}$  sehingga  $a * a' = a' * a = 0$
- ④ Akan ditunjukkan  $(S, *)$  tertutup  
 akan dibuktikan bahwa  
 Untuk setiap  $a, b \in \mathbb{Q}$  berlaku  

$$a * b = a + b - ab \in \mathbb{Q}$$
 karena  $a, b \in \mathbb{Q}$  maka  $ab \in \mathbb{Q}$   
 akibatnya  

$$a + b - ab = a * b \in \mathbb{Z}$$



Untuk permasalahan pertama subjek diperoleh informasi bahwa subjek hanya mampu menuliskan syarat identitas dan invers itu apa. Sehingga subjek tidak bisa menuliskan dengan benar pembuktiannya. Akibatnya identitas dan inversnya tidak didapatkan. Berikut ini hasil wawancaranya. Kesalahan dalam Penyusunan Alur Pembuktian; (1) Tidak melengkapi alur pembuktian (P). Subjek tidak melengkapi alurnya dengan jelas, padahal itu sangat penting di dalam proses pembuktiannya. (2) Kurang menuliskan argumentasi (P). Subjek kurang menuliskan argumentasi dalam pembuktiannya, sehingga sulit untuk membuktikan pernyataan itu. (3) Tidak menarik kesimpulan yang sesuai dengan yang akan dibuktikan (F). Subjek salah menuliskan kesimpulan yang seharusnya menulis subgroup ternyata subset.

Untuk permasalahan kedua subjek diperoleh informasi bahwa subjek tidak benar dalam menuliskan simbol. Seharusnya subjek tulis S, tapi malah Z yang tertulis. Berikut ini hasil wawancara. Kesalahan dalam Penyusunan Alur Pembuktian; (1) Tidak melengkapi alur pembuktian (P). Subjek tidak melengkapi alurnya dengan jelas, padahal itu sangat penting di dalam proses pembuktiannya. (2) Kurang menuliskan argumentasi. Subjek kurang menuliskan argumentasi dalam pembuktiannya, sehingga sulit untuk membuktikan pernyataan itu. (3) Tidak menyelesaikan pembuktian (P). Pembuktian yang dituliskan subjek sebenarnya tidak ada kaitannya dengan soal, sepertinya subjek ini hanya mengingat soal soal yang pernah subjek kerjakan dan terkesan meniru saja. Ketika melihat hasil pembuktian dari subjek di atas, dapat kita simpulkan bahwa subjek tidak mengetahui definisi dari apa yang ditulisnya. Sehingga pembuktiannya tidak dapat subjek selesaikan. Berdasarkan hasil wawancara, subjek tidak menarik kesimpulan secara tepat hanya karna ketidaktelitiannya.

Dari hasil wawancara ditemukan informasi bahwa subjek VT meyakini bahwa dibutuhkan analisis untuk membuktikan sebuah grup, tetapi subjek merasa bahwa kemampuan analisisnya masih kurang. Karena kurang latihan soal, subjek belum mengetahui teknik-teknik pembuktian, konsep dasar matematika, serta definisi dan teorema yang dibutuhkan dalam pembuktian. Selain itu, subjek merasa bahwa matakuliah landasan matematika belum cukup mengenalkannya dengan teori pembuktian sehingga dia merasa membutuhkan matakuliah khusus untuk mempelajari teknik pembuktian. Karena semua kesulitan itu, subjek terkadang kesulitan untuk memulai pembuktian. Terakhir, subjek juga belum mengetahui beberapa aturan dasar dalam penulisan matematika.

Selain itu, subjek VR telah lupa dengan beberapa materi struktur aljabar yang telah dipelajarinya karena rentangnya sudah cukup lama dan dosen hanya menjelaskan sekilas tentang

materi tersebut di kelas. Dalam melakukan pembuktian, hal paling sulit bagi subjek adalah menemukan ide awal karena subjek terlalu terpaku pada contoh sehingga jika subjek belum pernah menemukan soal serupa maka subjek akan kesulitan melakukan pembuktian. Selain itu, subjek tidak mengetahui beberapa aturan dasar dalam penulisan matematika karena belum pernah membaca materi terkait hal itu.

Informasi yang diperoleh dari subjek AT adalah subjek belum memahami beberapa konsep dasar di dalam struktur aljabar karena penjelasan dosen yang hanya sekilas di kelas. Salah satu penyebab kesalahan yang dilakukan oleh subjek adalah ketidaktelitiannya dalam membaca soal dan mengerjakan pembuktian. Selain itu, subjek kesulitan dalam memulai pembuktian karena kurang latihan. Walaupun subjek dapat memulai pembuktian, subjek bisa kesulitan melanjutkan pembuktian jika kemudian tidak mengetahui teknik dan teorema selanjutnya yang dapat digunakan. Hal ini disebabkan oleh subjek merasa belum cukup mengetahui banyak teorema. Selain itu, subjek belum mengetahui beberapa aturan dasar dalam penulisan matematika. Terakhir meskipun subjek merasa bahwa materi pembuktian di dalam matakuliah landasan matematika belum cukup, dia tidak membutuhkan mata kuliah khusus karena pada dasarnya teknik pembuktian sudah dipelajari di beberapa matakuliah tertentu.

Terakhir, berdasarkan hasil wawancara dengan subjek AR ditemukan informasi bahwa walaupun subjek merasa bahwa pembuktian penting untuk menguatkan keyakinan atas suatu proposisi, namun subjek kurang latihan melakukan pembuktian. Hal ini membuat subjek merasa kesulitan untuk memulai suatu pembuktian. Selain itu, matakuliah landasan matematika dinilai belum cukup dalam memahami tentang pembuktian sehingga subjek belum mengetahui beberapa metode pembuktian.

Faktor-faktor yang telah dijelaskan di atas dapat dirangkum ke dalam tiga faktor besar, yaitu:

a. Subjek kurang memahami konsep yang ada di dalam matematika.

Sebelum memulai pembuktian, subjek perlu memahami semua kosakata yang dituliskan di dalam proposisi. Namun hasil penelitian menunjukkan bahwa masih banyak konsep matematika yang belum dipahami dan masih disalahartikan oleh subjek. Hal yang menyebabkan kurangnya pemahaman ini adalah subjek kurang rajin untuk belajar sendiri. Selain itu, subjek masih merasa belum cukup dengan penjelasan dosen di kelas tetapi mereka tidak mencukupkannya dengan belajar sendiri di rumah. Rendahnya pemahaman ini membuat subjek tidak menguasai banyak definisi dan teorema sehingga menjadi kekurangan informasi dalam mengerjakan soal pembuktian.

b. Subjek kurang mengetahui teknik pembuktian.

Dengan demikian, kekurangan pengetahuan subjek tentang pembuktian mengakibatkan

beberapa kesalahan. Salah satu alasannya adalah subjek tidak mengetahui jenis-jenis dari teknik pembuktian. Walaupun ia tahu beberapa teknik pembuktian, terkadang subjek masih kewalahan dalam memilih teknik yang sesuai. Hal ini mengakibatkan hal yang paling sulit dalam melakukan pembuktian adalah mengawali pembuktian itu sendiri apalagi jika bentuk soal yang akan dibuktikan belum pernah diperoleh sebelumnya. Salah satu alasan yang membuat subjek kesulitan dalam memahami teknik pembuktian adalah subjek merasa bahwa materi pembuktian yang diajarkan di landasan matematika masih kurang sehingga dibutuhkan bimbingan khusus untuk kemampuan ini. Selain itu, subjek menyatakan bahwa tidak semua dosen menunjukkan pembuktian formal di papan tulis.

c. Subjek kurang berlatih melakukan pembuktian.

Hal ini mengakibatkan walaupun subjek terkadang dapat melakukan pembuktian untuk proposisi yang bentuknya sudah biasa ditemui sebelumnya, tetapi subjek kesulitan dalam membuktikan proposisi dengan bentuk yang baru. Walaupun ide ide matematis sebenarnya sudah dimiliki oleh subjek, namun karena kurang latihan, ide tersebut jadi tidak sempat terpikirkan.

## **KESIMPULAN DAN SARAN**

### **Kesimpulan**

Kesimpulan yang dapat diambil berdasarkan hasil dan pembahasan adalah sebagai berikut. Jenis kesalahan subjek *visual - tinggi* (vt) dalam menyelesaikan pembuktian pada struktur aljabar. adalah: Tidak memiliki kesalahan hanya tidak menuliskan dengan lengkap hal-hal yang diketahui dan yang ditanyakan. Jenis kesalahan subjek *visual - rendah* (vr) dalam menyelesaikan pembuktian pada struktur aljabar. adalah: Kesalahan penyusunan alur pembuktian yang meliputi (1) tidak menyelesaikan pembuktian. Jenis kesalahan subjek *auditori - tinggi* (at) dalam menyelesaikan pembuktian pada struktur aljabar. adalah: Kesalahan penyusunan alur pembuktian yang meliputi (1) tidak menyelesaikan pembuktian. Jenis kesalahan subjek *auditori - rendah* (ar) dalam menyelesaikan pembuktian pada struktur aljabar. adalah: Kesalahan penyusunan alur pembuktian yang meliputi (1) kurang melengkapi alur pembuktian, (2) tidak menyelesaikan pembuktian, (3) Kurang menuliskan argumentasi. Ada dua faktor utama yang menyebabkan kesalahan-kesalahan dalam pembuktian pada struktur aljabar, yaitu (1) subjek kurang memahami teknik pembuktian, dan (2) subjek kurang berlatih dalam membuktikan.

### **Saran**

Bagi mahasiswa, lebih rajin dalam membaca konsep matematika, baik konsep dasar

maupun konsep tentang pembuktian, serta berlatih mengerjakan soal khususnya yang berbentuk pembuktian.

## DAFTAR PUSTAKA

- Alfeld, P. 2004. *Understanding Mathematics, a Study Guide*. Diakses pada tanggal 13 Juli 2017. <http://www.math.utah.edu/~pa/math.html>.
- Amin, A., & Suardiman, S. (2016). Perbedaan prestasi belajar matematika siswa ditinjau dari gaya belajar dan model pembelajaran. *Jurnal Prima Edukasia*, 4(1), 12 - 19. Retrieved from <http://journal.uny.ac.id/index.php/jpe/article/view/7688>
- Anas, Sudijono. 2009. *Pengantar Statistik Pendidikan*. Jakarta: Rajagrafindo.
- ANnisa. [Academia.edu/2009/03/17/ angket\\_GAYA\\_BELAJAR](http://Academia.edu/2009/03/17/angket_GAYA_BELAJAR) /diakses tgl 7 Agustus 2017
- Bostrom, Lena. 2011. "Students Learning Styles Compared with their Teachers' Learning Styles in Secondary Schools". *Institute for Learning Styles Journal*. Vol. 1: pp. 17-38. <http://www.auburn.edu/~witteje/ilsrj/Journal%20Volumes/Spring%202011%20Vol%201%20PDF/Student%20Learning%20Styles%20Bostrom.pdf> (diunduh 6 Agustus 2017).
- De Porter, Bobbi, Mike Hernacki. 2013. *Quantum Learning*. Bandung: Kaifa.
- Dias, Agung. 2015. Keefektifan Penggunaan Model Sinektik Dan Model Simulasi Dalam Pembelajaran Menulis Teks Drama Berdasarkan Gaya Belajar . *Jurnal Pendidikan Bahasa Dan Sastra Indonesia*, 4(2). 127-128.
- Fleming, N.D. & Mills, C. (1992). *Helping Students Understand How They Learn*. The Teaching Professor, Vol. 7 No. 4, Magma Publications, Madison, Wisconsin, USA.
- Hakim, F. 2017 \_\_\_\_\_. Analisis Pemahaman Mahasiswa PPs UNM Berpandu Teori Pirie-Kieren dalam Menyelesaikan Masalah Pembuktian pada Teori Grup Ditinjau dari Gaya Kognitif dan *Adversity Quotient*. Makassar: Universitas Negeri Makassar.
- Huda, Miftahul. 2013. *Model-Model Pengajaran dan Pembelajaran*. Yogyakarta: Pustaka Pelajar.
- Hudojo, Herman. 2003. *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika*. Malang: JICA.
- Idrus. Ulfa 2017 \_\_\_\_\_. Analisis Kesalahan Mahasiswa Dalam Membuktikan Proposisi Struktur Aljabar (Studi Kasus Terhadap Mahasiswa Jurusan Matematika Fmipa Unm). Makassar: Universitas Negeri Makassar.
- Juandi, Dadang. 2008. *Pembuktian, Penalaran dan Komunikasi Matematik*. Bandung: FPMIPA UPI.

- Kromodihardjo, Kusno. 1990. *Struktur Aljabar*. Jakarta: Universitas Terbuka.
- Lucy, Bunda. 2010. Mendidik sesuai dengan Minat & Bakat Anak (Painting Your Children's Future). Jakarta: Tangga Pustaka.
- Prashnig, Barbara. 2007. *Learning of Styles*. Stafford: Network Educational Press.
- Richlin, Laurie. 2006. *Blueprint for Learning*. Stylus Publishing: Sterling.
- Risnanosanti. 2015. Undergraduates' Proof Construction Ability in Abstract Algebra. *Proceeding of International Conference on Research, Implementation, and Education of Mathematics and Sciences 2015*.
- Ronan, M.A. \_\_\_\_\_. *Modern Algebra Mathematics*. Diakses pada tanggal 12 Juli 2017. <https://www.britannica.com/topic/modern-algebra>
- Selden, Annie dan John Selden. 2013. Errors and Misconceptions in College Level Theorem Proving. *Proceeding on Second International Seminar on Misconceptions and Educational Strategies in Science and Mathematics*. Vol.3.
- Skemp, Richard R. *The Psychology of Learning Mathematics*
- Stavrou, Stavros Georgios. 2014. Common Errors and Misconceptions in Mathematical Proving by Education Undergraduates. *Jurnal IUMPTS*. Vol.1.
- Subini, Nini. 2011a. *Guru Super & Super Teaching*. Jakarta: Indeks.
- Sudaryono. 2012. *Dasar-dasar Evaluasi Pembelajaran*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Suherman, Erman, et al., eds., *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*. Bandung: JICA, 2003
- Soedjadi, R. 2000. *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia (Konstatasi Keadaan Masa Kini Menuju Harapan Masa Depan)*. Jakarta: Ditjen Depdiknas.
- Soenarto, M. 2011. Pemanfaatan Peta Konsep dalam Menyelesaikan Soal Pembuktian pada Teori Grup. Jakarta: UHAMKA.
- Suyitno, Hardi. 2014. *Pengenalan Filsafat Matematika*. Semarang: FMIPA UNS.
- Tahmir, S. 2012. *Teori Grup*. Makassar: Andira Publisher.